**Skola**
Gärdesskolorna, Stockholm Stad

**Årskurs**
Åk 6 & 7

**Antal elever i studien**
68 elever

**Kontaktperson**
Handledare: Henrik Hansson, henrik.hansson@learningstudy.se

**Innehåll och lärandeobjekt**
Förstå och kunna använda balansmetoden, när man ska lösa ekvationer med en positiv okänd obekant i ena ledet som blir ett heltal, samt kunna visa samtliga led i balanserandet
Tex

$$3x + 3 = 12$$
$$3x + 3 – 3 = 12 – 3$$
$$3x = 9$$
$$3x /3 = 9/3$$
$$x = 3$$

Avgränsning av Lärandeobjektet:
Vi startade studien med ”Lösa en ekvation med en okänd variabel i ena ledet med hjälp av balansmetoden, samt kunna visa samtliga led t.ex. 1,77x + 13 = 190”
Den enda avgränsning vi gjorde var att vi tog bort decimaltalen. Denna avgränsning räckte inte (se tänkt lektion 4)!

**Kritiska aspekter** (för eleverna i denna studie)
- Sambandet mellan subtraktion och addition
- Sambandet mellan multiplikation och division
- Likhetstecknet kan inte användas som ett ”transporttecken” i operationer
- Begreppet obekant tal, som att det står för ett värde som vi ej ännu vet
- Det obekanta talet kan skrivas på olika sätt, tex. *x, z, y*, rutor…
- Förstå att alla $x$ i samma ekvation har samma värde
- Kunna att $x + x + x = 3 \cdot x = 3x$
- Att förstå att $x = 1x = 1 \cdot x$
- Ett tal delat med sig självt blir alltid 1
- Elever måste få syn på att 5/5 = 1 inte leder till att $5x/5 = 1$, utan $5x/5 = 1x = x$
- Förstå skillnaden mellan konstanter och variabler, spec. när man gör räkneoperationer eller löser ekvationer, tex att $5x + 13$ ej är $18x$
- Förstå att syftet med en lösning är att försöka få $x$ ensamt i ena ledet

**Variationsmönster**
*Exempel på variationsmönster – på någon/några av de kritiska aspekterna*
Vi utgick från exemplet $3x = 18$, som vi skrev upp på tavlan.
Vi sa sedan: ”För att veta vad det obekanta har för värde, måste vi få $x$:et ensamt, hur ska vi göra?” Vi började sedan titta på detta steg för steg.
Vi skrev upp följande på tavlan: 5/5 = 1 och konstaterade att ett tal delat med sig självt blir alltid 1.
Vi skrev upp ytterligare ett tal: 15/15 = 1 och konstaterade samma sak.
I nedanstående exempel fick sedan eleverna själva vara med och diskutera fram vad kvoten blev.
110/110 = 1 0,3/0,3=1 b/b = 1 (Generalisering)

Vi gick sedan vidare och sa: ”Vi ska nu se hur vi får $3x$ att bli ett $x$. Om jag gör såhär, får jag då x:et ensamt?”
Vi skrev $3x – 2x = 18 – 2x$, på tavlan och frågade eleverna: ”Blir det nu ett ensamt $x$ kvar i ekvationen?”
Efter diskussion kunde vi tillsammans med eleverna konstatera att: ”Nej detta funkar inte för att vi inte får $x$ ensamt nu står det ju $x = 18 – 2x$”
Vi frågade eleverna: ”Hur kan vi göra då, kan vi ta hjälp av det vi gjorde innan? Vi testar:”

Vi skrev upp $3x/3 = x$, på tavlan och pekade på att nu blir ju faktiskt $x$ ensamt för $3/3 = 1$. Detta jämförde vi sedan med det felaktiga här ovan (kontrastering).
Eleverna fick sedan själva testa att lösa ut $x$ i följande exempel: $5\,x\,/5=?$ $1{,}4x/1{,}4=?$ (generalisering)
(se * under tänkt lektion 4)

Vi sa sedan: ”När det blir svårare ekvationer kan man gissa eller chansa men det är svårt, man måste ha en systematisk metod för att lösa sådana ekvationer. Den metod vi ska lära oss kallas för balansmetoden – där vi balanserar på båda sidor för att få ut vad det obekanta talet har för värde”.
Vi tittade igen på $3x = 18$, på tavlan och frågade sedan eleverna: ”Men om vi nu vet hur vi ska få $x$ ensamt i $3x$, räcker det i det som står på tavlan? Stämmer likhetstecknet då?”
Vi skriver: $3x/3 = 18$
Vi frågar eleverna: ”Vad måste vi göra för att det ska stämma?”
Eleverna fick diskutera och kom fram till att vi är tvungna att göra samma sak i högerledet som i vänsterledet för att det ska vara korrekt utfört enligt likhetstecknets betydelse. När vi fått fram det jämförde vi det med det felaktiga här ovan (kontrastering).
Eleverna fick sedan diskutera vad x hade för värde i ekvationen $3x = 18$ och varför det blir det. De fick efter det ytterligare en uppgift ($4x = 16$, Detta balanserar vi enligt balansmetoden), som de fick testa själva och sedan löste vi den tillsammans på tavlan.
Liknande variationsmönster som ovan fanns i båda lektion 2 och i båda lektion3.

**Förbättringar i elevernas prestationer**
*Exempel på elevresultat*
På uppgifter som testade ifall eleverna kunde lösa ekvationer liknande $5x = 35$, fick vi följande resultat:

| | Förtest | Eftertest |
|---|---|---|
| Lektion 1 | Här har vi tyvärr inga resultat | |
| Lektion 2a | 0% | 36% |
| Lektion 2b | 5% | 58% |
| Lektion 3a | 5% | 56% |
| Lektion 3b | 35% | 78% |

**Övrigt**
*Tänkt lektion 4*
Vi skulle avgränsat lärandeobjektet till:
**Vad tex. 3 $x$ står för, samt att få x ensamt i tex. 3 $x$**
Då hade vi fått följande kritiska aspekter
- Begreppet obekant tal, som att det står för ett värde som vi ej ännu vet
- Det obekanta talet kan skrivas på olika sätt, tex. *x, z, y*, rutor…
- Kunna att $x + x + x = 3 \cdot x = 3x$
- Sambandet mellan multiplikation och division.
- Ett tal delat med sig självt blir alltid 1
- Elever måste få syn på att $5/5 = 1$ inte leder till att $5x/5 = 1$, utan $5x/5 = 1x = x$
- Att förstå att $x = 1x = 1 \cdot x$

Vi inser att vi hade behövt utvecklat det beskrivna variationsmönstret ovan, * tex. tog vi nog förgivet att eleverna förstod att $3\,x\,/3= x$, enligt det variationsmönster vi visat här ovan, eftersom vi inte behandlade att $1x = 1 \cdot x = x$. Vi hade då heller inte behövt ha med delen som behandlade balanserandet.
Vi hade då kunnat jobba mer med tydliga variationsmönster och lite mer problematiserande även runt de andra kritiska aspekterna, som det ”nya” lärandeobjektet innebar för våra elever. Då tror vi att det hade funnits en möjlighet att nå detta lärandeobjekt.

*Exempel på lärarresultat*
Det är viktigt att avgränsa det man vill undervisa om, annars blir det svårt att få eleverna att förstå kunskaper på en djupare nivå. Det innebär ofta att vi får repetera mycket.
När vi har avgränsat vad vi vill undervisa om är det viktigt att plocka ut vilka kritiska aspekter som vi behöver undervisa om för att eleverna ska förstå det vi vill att de ska förstå.
Vi kan även visa felaktiga svar och jobba med varför de är fel. Det är viktigt att jobba med varför eller varför inte saker blir rätt eller fel, för att eleverna ska utveckla en kunskap med förståelse.